

REGOLE DI BASE NEL CALCOLO DEI LIMITI

∞ = NUMERO DIVERSO DA 0

$+\infty + \infty = +\infty$
 $-\infty - \infty = -\infty$
 $+\infty \cdot (+\infty) = +\infty$
 $+\infty \cdot (-\infty) = -\infty$
 $-\infty \cdot (-\infty) = +\infty$
 $-\infty \cdot (+\infty) = -\infty$

$\frac{\infty}{\infty} = \infty$
 $\infty \cdot \infty = \infty$
 $\frac{\infty}{0} = \infty$
 $\frac{0}{0} = 0$
 $\frac{\infty}{\infty} = \infty$
 $\frac{0}{\infty} = 0$
 $\frac{\infty}{0} = \infty$
 $\frac{0}{0} = \infty$
 $\frac{\infty}{\infty} = \infty$
 $\infty - \infty = \infty$

ESEMPI DI ESERCIZI

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 4x + 10) = (+\infty)^2 - 4(+\infty) + 10 = (+\infty) - 4(+\infty) + 10 =$
 $= +\infty - \infty - \infty + 10 = +\infty - \infty = \text{FORMA INDETERMINATA}$
 $\uparrow$
 IN QUESTA RISOLUZIONE, ABBIAMO SEMPLICEMENTE LA x CON IL SIMBOLO $+\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 4x + 10) = (x^2 - 4x + 10) = x^2(1 - \frac{4}{x} + \frac{10}{x^2}) =$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} = +\infty (1 - \frac{4}{+\infty} + \frac{10}{+\infty}) =$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} = +\infty (1 - 0 + 0) =$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} = +\infty \cdot 1 = +\infty$
 $\uparrow$
 IN QUESTA RISOLUZIONE, OLTRE AD AVER SOSTITUITO LA x CON $+\infty$, ABBIAMO MESSO IN EVIDENZA LA x DI GRADO MAGGIORE

FORME INDETERMINATE

$\frac{+\infty}{+\infty}$
 $\frac{0}{0}$
 $\frac{\infty}{\infty}$
 $0 \cdot \infty$

NON
 RISOLVIBILE
 QUINDI
 IMPOSSIBILE

ESEMPI DI FUNZIONI RAZIONALI FRATTE

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 - 1}{2 - x}$ INIZIAMO LA RISOLUZIONE DELLA FUNZIONE CON LA SOSTITUZIONE DELLA x CON $+\infty$

$$\begin{aligned} &\Downarrow \\ &\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4(+\infty)^2 - 1}{2 - (+\infty)} = \\ &= \frac{+\infty - 1}{2 - \infty} = \frac{+\infty}{-\infty} \quad \text{FORMA INDETERMINATA} \end{aligned}$$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 - 1}{2 - x}$

QUI, INVECE, METTIAMO IN EVIDENZA LE x DI GRADO MAGGIORE SIA AL NUMERATORE SIA AL DENOMINATORE

$$\begin{aligned} &\Downarrow \\ &\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(4 - \frac{1}{x^2}\right)}{x \left(\frac{2}{x} - 1\right)} \end{aligned}$$

SEMPLIFICHIAMO LE x E CALCOLIAMO LE FRAZIONI

$$\begin{aligned} &\Downarrow \\ &\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(4 - 0\right)}{0 - 1} \end{aligned}$$

ORA SOSTITUIAMO LA x CON $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{+\infty \cdot 4}{-1} = \frac{+\infty}{-1} = -\infty$$

QUANDO IN UN LIMITE $\rightarrow$ LEGGIAMO

$\lim_{x \rightarrow x_0}$

DOVE

x_0 È UN VALORE FINITO
CIOÈ
UN NUMERO NATURALE

SIGNIFICA
CHE

DOVREMO
SOSTITUIRE
TUTTE LE x
DELLA
FUNZIONE

CON
QUEL VALORE
E

SE
OTTERREMO COME
RISULTATO
LA
FORMA INDETERMINATA

$$\frac{0}{0}$$

ALLORA
POTREMO RISOLVERLA

VEDIAMO UN ESEMPIO

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{2x - 12}{36 - x^2} =$$
$$= \frac{2(6) - 12}{36 - (6)^2} = \frac{12 - 12}{36 - 36} = \frac{0}{0}$$

QUINDI
È
RISOLVIBILE

OSSERVIAMO
COME

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{2x - 12}{36 - x^2}$$

SCOMPONIAMO
IL
POLINOMIO
RACCOLLIENDO
IL
FATTORE COMUNE!

AL
NUMERATORE

$$2(x - 6)$$

AL
DENOMINATORE

$$(6 - x)(6 + x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{2(x - 6)}{(6 - x)(6 + x)}$$

PER POTER
SEMPLIFICARE
 $x - 6$ CON
 $6 - x$

DOVREMO
RENDERE
LA
 x DEL NUMERATORE
NEGATIVA

DI CONSEGUENZA
IL 6 POSITIVO

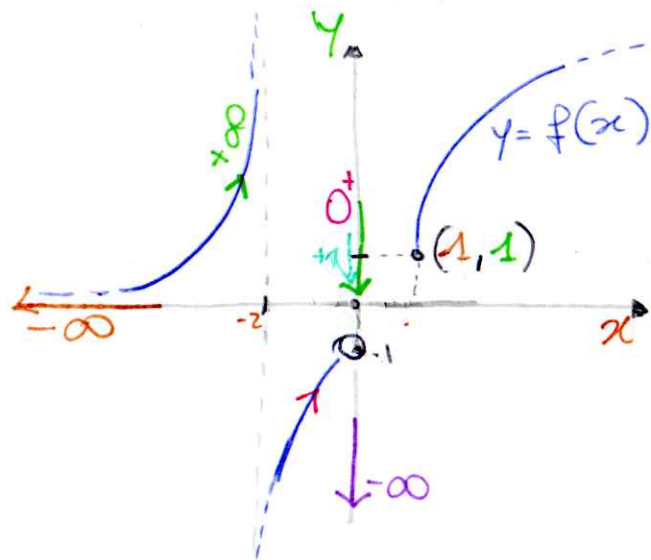
SCRIVENDO
IL - DAVANTI AL 2

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{-2(6 - x)}{(6 - x)(6 + x)} =$$

SEMPLIFICHIAMO
I 2 BINOMI

$$= \frac{-2}{6 + x} \xrightarrow{\text{SOSTITUIAMO LA } x \text{ CON } 6} \lim_{x \rightarrow 6} \frac{-2}{6 + 6} = \frac{-2}{12} = -\frac{1}{6}$$

DAL GRAFICO AL LIMITE



DOBBIAMO DEDURRE
IL RISULTATO DI
QUESTI LIMITI
A
PARTIRE DAL
GRAFICO QUI
RIPORTATO

NON È NECESSARIO
CONOSCERE
L'ESPRESSIONE
DETTAGLIATA
DELLA FUNZIONE

CI BASTERÀ IL
GRAFICO PER
OTTENERE I
RISULTATI
CERCATI

I SEGNI POSTI
COME ESPONENTI
INDICANO
LA DIREZIONE
DA CUI NOI
CI STIAMO
MUOVENDO PER
RAGGIUNGERE
IL NUMERO
DI BASE

SE
ABBIAMO

-2^-
 -2^+

CI STIAMO
MUOVENDO
DALLA
SUA SINISTRA
(O DAL BASSO)
(SE È Y)

CI STIAMO
MUOVENDO
DALLA SUA
DESTRA (O DALL'ALTO SE)
È Y

① COMPORTAMENTO DELLA
FUNZIONE $f(x)$ AL
TENDERE DI x A

CI STIAMO MUOVENDO VERSO
L'ASSE x , PER VALORI
NEGATIVI SEMPRE PIÙ GRANDI
E LE y TENDONO A 0^+
PERCHÉ PARTE DALL'ALTO

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^+$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \infty$$

NON
ESISTE

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1^-$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \text{non esiste}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \text{non esiste}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1^+$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \text{non esiste}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \text{non esiste}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

LA
FUNZIONE NON
È DEFINITA A
DESTRA DI 0
QUINDI NON
POSSIAMO
AVVICINARCI
DALLA SUA
DESTRA

LA FUNZIONE
NON È DEFINITA
A DESTRA DI
1